Prof. Dr. Alfred Toth

Logische "value gaps" als blinde Flecke

1. Bereits Kaehr (2012) hatte darauf hingewiesen, daß verschiedene logische Kalküle daran kranken, daß sie blinde Flecke haben, die Kaehr als "semantisch-strukturelle Lücken" deutet.

types \ values	aa	ab	ba	bb	Kombinatorik
Boolean	aa	ab	ba	bb	m^n
Mersennian	aa	ab	ba	–	$2^n - 1$
Brownian	aa	ab	–	bb	$\binom{n+m-1}{n}$
Stirling trito	aa	ab	–	–	$\sum_{k=1}^{M} S(n, k)$

Während also in der booleschen Algebra natürlich

<a, a> ≠ <b, b>

<a, b> ≠ <b, a>

gilt, gilt im Mersenne-Kalkül

<a, a> = <b, b>.

Im Brown-Kalkül gilt hingegen

<a, b> = <b, a>,

obwohl

<a, a> ≠ < b, b>,

d.h. Antisymmetrie ist nicht über Identität definiert.

Das Maximum an Abstraktion erreichen die von Günther (1976-80) entdeckten Trito-Zahlen, qualitative Zahlen, bei denen die Position einer Zahl und

nicht nur die (Kardinal-)Zahl selbst und ihre Verteilung relevant sind, d.h. hier gilt

<a, a> = <b, b>,

aber auch

<a, b> = <b, a>,

d.h. es gibt weder Identität noch Antisymmetrie.

2. Wie Thomas (1985) gezeigt hatte, gibt es zwei Arten, quantitativ zu zählen, entweder durch Iteration

| | | | | | | ... |

1 2 3 4 5 6 7 ... n

oder durch Akkreation

A B C D E F G ... Z

1 2 3 4 5 6 7 ... n,

d.h. indem die Peanozahlen entweder auf gleiche oder auf verschiedene Objekte abgebildet werden. Will man also qualitativ zählen, bedeutet das, daß man Zahlen auf Objekte abbildet, die sowohl gleich als auch verschieden sein können. So benötigt man fünf Schritte, um qualitativ auf 3 zu zählen

(1) (1, 1, 1)

(2) (1, 1, 2)

(3) (1, 2, 1)

(4) (1, 2, 2)

(5) (1, 2, 3),

d.h. zwischen (1, 1, 1) und (1, 2, 3) als den total-iterativen und den total-akkretiven Zahlen vermitteln die sowohl iterativen als auch akkretiven Zahlen (1, 1, 2), (1, 2, 1), (1, 2, 2)

$$(1,1,1) \rightarrow (1,1,2) \rightarrow (1,2,1) \rightarrow (1,2,2) \rightarrow (1,2,3)$$

$$((1,1,2),(1,2,1),(1,2,2)) = V((1,1,1),(1,2,3)),$$

damit ist die Menge der Vermittlungszahlen allerdings nichts anderes als ein Rand zwischen einem System und seiner Umgebung $S^* = [S, U]$, d.h. wir haben

entweder

$S = (1, 1, 1)$

$U = (1, 2, 3)$

oder

$S = (1, 2, 3)$

$U = (1, 1, 1)$

mit

$R[U, S] = ((1, 1, 2), (1, 2, 1), (1, 2, 2))$.

3. Allerdings vermitteln die Trito-Zahlen zwischen den qualitativen Zählschritten, aber nicht zwischen den Zahlwerten selbst, denn diese sind konstant wie es die Zahlwerte von Peanozahlen sind. Tatsächlich ist ja die polykontexturale Logik ein Verbundsystem von 2-wertigen Logiken, deren Übergänge logisch durch die Güntherschen Transjunktionen und mathematisch durch die von Kronthaler (1986) eingeführten Transoperatoren bewerkstelligt werden.

Nun bescheinigt mir Kaehr in der selben Arbeit (Kaehr 2012)

> Der Semiotiker Alfred Toth hat in verschiedensten Anläufen das Verhältnis von Zeichen und Objekt thematisiert und versucht einer post-semiotischen Behandlung zugänglich zu machen. Eine starke Verallgemeinerung des Peirce-Bense'schen Zeichenbegriffs ist ihm gelungen durch eine Radikalisierung der Zeichen/Objekt-Beziehung zu einem Innen/Aussen-Verhältnis.

daß also der von mir eingeführten Reduktion der Semiotik auf die Systemtheorie und der damit mögliche Konstruktion einer der Semiotik isomorphen

Ontik eine besondere Bedeutung zukommt. In einem System der Form S* = [S, U] gibt es jedoch einen Rand, der nicht-leer ist und die Differenz zwischen S und U durch die Ungleichungen

$$R[S, U] \neq R[U, S] \neq \emptyset$$

definiert. Systemische Relationen sind perspektivisch, d.h. wer von Innen nach Außen sieht, sieht nicht dasselbe wie derjenige, der von Außen nach Innen sieht. Ferner folgt aus den Ungleichungen, daß es in der Ontik, anders als in der (quantitativen)Topologie, keine gleichzeitig offenen und abgeschlossenen Räume geben kann, denn dort, wo z.B. eine Hausmauer ein Haus-System nach Aussen abschließt, schließt sie das Haus-System auch nach Innen ab (vgl. Toth 2015). Ränder vermitteln also zwischen den systemtheoretischen "Werten" S und U in S*. Gehen wir somit von einer Systemform (vgl. Toth 2012) aus, die wir arithmetisch durch

0

bezeichnen können, und bilden wir auf sie ein System S* ab, so erhalten wir nicht etwa Zahlenfolgen der Form <0, 1> oder <1, 0>, sondern

$$0 \rightarrow (<1, 0\ 2,>, <2, 0, 1>),$$

denn wenn jemand z.B. einen Zaun in ein Feld stellt, so differenziert dieser Zaun zwischen ihm und seinen zwei durch ihn induzierten Umgebungen. Solche Überlegungen finden sich übrigens erstaunlicherweise bereits bei Bense (vgl. Bense 1975, S. 134), in dessen peirceschem "Universum der Zeichen" es doch gar keine Objekte geben dürfte (vgl. auch Bense 1975, S. 94 ff.). Fährt man auf die gleiche Weise fort, erhält man

$$<1, 0, 2> \rightarrow (<\underline{3}, 1, \underline{4}, 0, 2>, <1, \underline{3}, 0, \underline{4}, 2>, <1, 0, \underline{3}, 2, \underline{4}>)$$

$$<2, 0, 1> \rightarrow (<\underline{3}, 2, \underline{4}, 0, 1>, <2, \underline{3}, 0, \underline{4}, 1>, <2, 0, \underline{3}, 1, \underline{4}>),$$

d.h. wir erhalten Sequenzen von gleichzeitig quantitativen und qualitativen Zahlen, die sowohl nach Außen als auch nach Innen "wachsen", d.h. bei denen nicht nur zwischen den Zählschritten, sondern auch zwischen den Werten der Zahlen vermittelt wird.

Wie man sogleich erkennt, ist dies genau das ursprünglich von Peirce intendierte Konzept des Zeichens. Dort vermittelt die nicht umsonst als "Medium", bzw. "Mittel" bezeichnete Relation zwischen dem semiotischen Objektbezug, der das logische Objekt vertritt und dem semiotischen Interpretantenbezug, der das logischen Subjekt vertritt

Z = (O, M, I),

allerdings läßt Bense diese kategoriale Ordnung nur für die zeicheninterne Kommunikationsrelation zu (vgl. Bense 1971, S. 39 ff.), ansonsten gilt die paradoxe kategoriale Ordnung Z = (M, O, I) mit Initialstellung des vermittelnden Mittelbezugs. Setzt man also mit Bense (1981, S. 17 ff.) die ersten drei Peanozahlen im Sinne von "Primzeichen" für die semiotischen Kategorien ein, so stellt bereits Z ein 3-tupel dar, in welchem 1 durch 2 und 3 vermittelt ist

Z = (2, 1, 3).

Fährt man nun in der Semiotik auf die gleiche Weise fort, wie wir dies zuvor in der Arithmetik getan haben, so erhalt man

(2, 1, 3) → ((4, 2, 5, 1, 3), (2, 4, 1, 5, 3), (2, 1, 4, 3, 5))

und entsprechend für die übrigen fünf Permutationen von Z = (1, 2, 3).

Literatur

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-80

Kaehr, Rudolf, Zu einer Komplementarität in der Graphematik. In: Thinkartlab 2012. Digitalisat: http://www.thinkartlab.com/Memristics/Komplementaritaet/Komplementarit%C3%A4t%20in%20der%20Graphematik.pdf

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Thomas, Gerhard G., Introduction to kenogrammatics. In: Frolík, Zdenek et al. (Hrsg.), Proceedings of the 13th Winter School of Abstract Analysis, Section of Topology. Palermo 1985, S. 113-123

Toth, Alfred, Systemformen und Belegungen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Toth, Alfred, Systeme mit leeren Rändern. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

21.3.2015